

Flächenberechnung mit der Gauss'schen Flächenformel

Die Gauss'sche Flächenformel ermöglicht die Berechnung einer Polygonfläche aus den Koordinaten ihrer Eckpunkte.

Dazu seien die Eckpunkte $P_1, P_2 \dots P_N$ mit den Koordinaten $(x_1, y_1) \dots$ gegen den Uhrzeigersinn nummeriert.

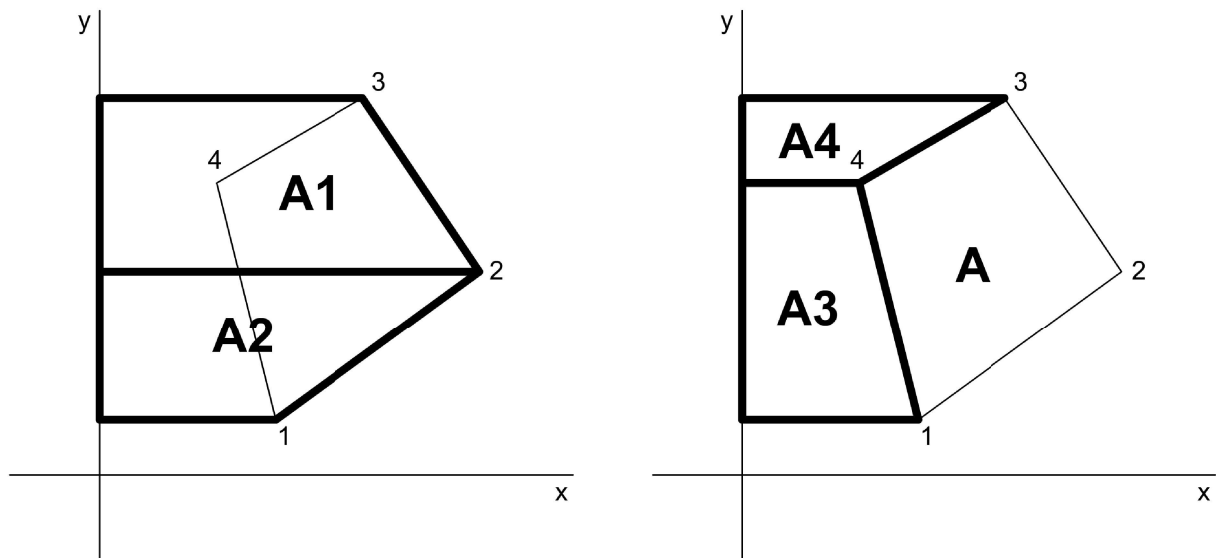
Dann gilt für die Fläche A des Polygons:

$$2 \cdot A = \sum x_i \cdot (y_{i+1} - y_{i-1})$$

Fragen:

- Kannst Du diese Formel an einem Beispiel verifizieren?
- Was ändert sich, wenn man statt gegen den Uhrzeigersinn im Uhrzeigersinn nummeriert?
- Kannst Du die Formel beweisen?

Hilfsskizzen zum Beweis:



Als Berechnungshilfe wurde gern folgendes Schema verwendet:

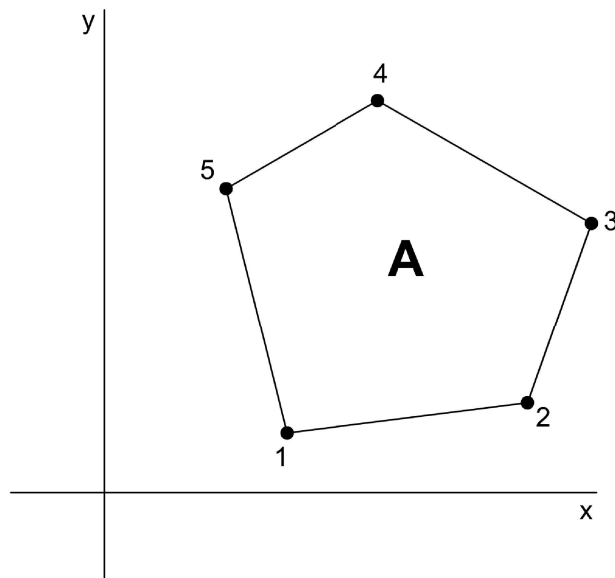
- Erstelle eine Liste der Koordinaten der Punkte $P_1, P_2 \dots P_N$
- Verlängere die Liste um P_1 und P_2 .
- Für die Zeilen 2 bis $N+1$ verfähre folgendermaßen:
 - Decke den y -Wert ab
 - Bilde die Differenz aus seinem Nachfolger und seinem Vorgänger
 - Multipliziere diese Differenz mit dem zugehörigen x -Wert
- Die Summe der so ermittelten Teilflächen ergibt die gesuchte Gesamtfläche

Nr.	x	y	Teilfläche
1	x_1	y_1	---
2	x_2	y_2	$x_2 * (y_3 - y_1)$
3	x_3	y_3	...
...			...
N	x_N	y_N	...
1	x_1	y_1	...
2	x_2	y_2	---

Aufgabe:

Berechne mit der Gausschen Flächenformel die Fläche des fünfeckigen Grundstücks, das durch die folgenden Koordinaten gegeben ist:

Nr.	x	y	Teilfläche
1	61819,66	781,14	---
2	61875,90	782,25	
3	61889,96	788,91	
4	61840,75	793,35	
5	61805,60	790,02	
1			
2			---



Frage:

Wodurch lassen sich die Berechnungen vereinfachen?